Оригинальная статья https://doi.org/10.26897/1997-6011-2025-2-87-96 УДК 626/627



ФИЛЬТРАЦИОННЫЕ РАСЧЕТЫ ГРУНТОВОЙ ПЛОТИНЫ ЮМАГУЗИНСКОГО ГИДРОУЗЛА

П.М. Буренков

Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ); 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, 26, корп. 2, Россия

Аннотация. Грунтовая плотина построена в 2005 г. в составе Юмагузинского гидроузла на р. Белая в Башкортостане. Цель работы – получить результаты численных фильтрационных расчетов каменно-земляной плотины, основанные на использовании уравнения нестационарной фильтрации при заданных граничных условиях; оценить эффективность работы противофильтрационных устройств как в теле, так и в основании грунтовой плотины. Численные решения получены с помощью расчетной программы «FILTR», разработанной специалистами кафедры гидравлики гидротехнического строительства Национального исследовательского Московского государственного строительного университета для решения задач нелинейной безнапорной фильтрации в неоднородной среде. В основу примененного алгоритма положены два численных метода: конечных элементов и локальных вариаций. Рассмотрены и обсуждены как теоретические положения, так и практические результаты, полученные в ходе решения фильтрационной задачи с использованием программы «FILTR», для нескольких вариантов конструктивных решений противофильтрационных устройств в теле грунтовой плотины Юмагузинского гидроузла. Исследованиями установлено, что конструкции противофильтрационных устройств как в теле грунтовой плотины, так и в основании сооружения продемонстрировали удовлетворительную работу.

Ключевые слова: грунтовая плотина, ядро в теле плотины, коэффициент фильтрации, фильтрационная плоская задача, напорная функция, гравийно-галечниковый грунт, рядная инъекционная и цементационная завесы

Формат цитирования: Буренков П.М. Фильтрационные расчеты грунтовой плотины Юмагузинского гидроузла // Природообустройство. 2025. № 2. С. 87-96. https://doi.org/10.26897/1997-6011-2025-2-87-96

Original article

FILTRATION CALCULATIONS OF THE EARTH DAM OF THE YUMAGUZINSKY HYDROELECTRIC COMPLEX

P.M. Burenkov

National Research Moscow State University of Civil Engineering (NRU MGSU); 129337, Moscow, Yaroslavskoe Shosse, 26, building 2, Russia

Abstract. The earth dam was built in 2005 as part of the Yumaguzinsky hydroelectric complex on the Belaya River in Bashkortostan. The results of numerical filtration calculations of a stone-earth dam based on the use of the equation of unsteady filtration under specified boundary conditions are presented; to evaluate the effectiveness of anti-filtration devices both in the body and at the base of an earth dam. Numerical solutions were obtained using the "FILTR" calculation program developed by specialists of the Department of Hydraulics and Hydraulic Engineering of the National Research Moscow State University of Civil Engineering to solve problems of nonlinear pressure-free filtration in an inhomogeneous environment. The applied algorithm is based on two numerical methods: finite elements and local variations. The article examines and discusses both theoretical provisions and practical results obtained during the solution of the filtration problem using the "FILTR" program for several design solutions for anti-filtration devices in the body of the Yumaguzinsky earth dam. Studies have shown that the structures of anti-filtration devices both in the body of the earth dam and at the base of the structure have demonstrated satisfactory performance.

Keywords: earth dam, the core in the dam body, filtration coefficient, filtration plane problem, pressure function, gravel-pebble soil, row injection and cementation curtain

Format of citation: Burenkov P.M. Filtration calculations of the earth dam of the Yumaguzinsky hydroelectric complex//Prirodoobustrojstvo. 2025. No. 2 P. 87-96. https://doi.org/10.26897/1997-6011-2025-2-87-96

Введение. Каменно-земляная плотина Юмагузинского гидроузла на р. Белая в течение многих лет представляет интерес для специалистов-гидротехников как объект масштабных и комплексных исследований [1]. Ранее [2, 3] выполнены численные исследования и анализ напряженно-деформированного состояния (НДС) грунтовой плотины для варианта с центральным ядром. Всесторонние исследования конструкции грунтовой плотины невозможны без глубоких фильтрационных расчетов тела каменно-земляной насыпи [4-6]. Положение свободной поверхности фильтрационного потока в теле грунтовой плотины и бортах ее основания соответствует условиям безнапорной фильтрации и заранее является неизвестным. Отсутствие одного из граничных условий, а также заранее неизвестное положение депрессионной кривой являются основными особенностями решения такой фильтрационной задачи в два расчетных этапа.

Вначале, в упрощенной постановке задачи выполняется поиск приближенного решения с определением координат депрессионной кривой. На следующем этапе при известных начальных значениях на границах исследуемой области уточняются значения функции фильтрационного напора (напорной функции), отвечающие основному уравнению фильтрации для внутренней области. Двухэтапное решение задачи позволяет получить достоверную картину распределения напоров в теле грунтовой плотины и в ее основании и оценить временную изменчивость функции фильтрационного напора.

В ходе итерационного процесса, выполненного методом локальных вариаций, происходит многократное уточнение положения депрессионной кривой [7-9].

Материалы и методы исследований. Функцию фильтрационного напора в пространственных условиях можно получить в результате решения дифференциального уравнения неустановившейся фильтрации, записанного в форме уравнения Пуассона:

$$\frac{d}{dx}\left(Kx\frac{dH}{dx}\right) + \frac{d}{dy}\left(Ky\frac{dH}{dy}\right) + \frac{d}{dz}\left(Kz\frac{dH}{dz}\right) - \frac{dH}{dt} = 0, (1)$$

где H=f(x,y,z,t,h) — функция фильтрационного напора в расчетной области тела грунтовой плотины (для нестационарных условий); K_x , K_y , K_z — значения коэффициентов фильтрации по осям координат X,Y,Z.

Поиск аналитического или численного решения уравнения (1) весьма сложен и был выполнен в ходе минимизации некоторого, специальным образом подобранного функционала Φ . Для этого был разработан специальный расчетный

алгоритм, основанный на синтезе методов конечных элементов и локальных вариаций. Одной из основ метода локальных вариаций является так называемый принцип минимума исследуемой системы, означающий, что «минимум функционала Φ всей системы соответствует минимуму функционала в локальных областях, составляющих эту систему». Такой подход используется, например, в расчетных исследованиях анизотропной фильтрации в теле грунтовых плотин и их основаниях [5].

Решение сформулированной фильтрационной задачи было сведено к поиску такой функции фильтрационного напора H(x,y,z,t), которая была бы непрерывной внутри замкнутой области Ω , отвечала бы начальным и граничным условиям поставленной задачи и обеспечивала бы минимум функционалу Φ , построенному на основе этой функции таким образом, что условие экстремума для этого функционала ($\partial \Phi = 0$) являлось бы общим уравнением неустановившейся фильтрации [5].

Таким образом, задача вариационного исчисления заключалась в определении минимума (экстремума) функционала Φ во всех локальных исследуемых областях, что в целом соответствовало минимуму функционала всей системы. Искомая функция фильтрационного напора получена в процессе решения поставленной задачи.

Область исследований, выбранная для расчетов, включила в себя тело грунтовой плотины и часть ее основания. Граничные условия на одной части границы были заданы напорами, а на другой части — условием непроницаемости.

По предложению Н.А. Анискина [6, 9], моделирование неоднородности материала тела плотины и ее основания по значениям коэффициентов фильтрации достаточно эффективно было выполнено методом конечных элементов (МКЭ). Для пространственных условий решаемой задачи расчетная область была разбита на несколько локальных зон, состоящих из элементов, окружающих рассматриваемый расчетный узел. Для принятых условий нелинейной фильтрации в анизотропном грунте каждому конечному элементу тела плотины присваивались свои значения коэффициентов фильтрации К., К, и К, согласно осям координат. Кроме того, для каждого конечного элемента принимался свой показатель степени n, характеризующий фильтрационный поток.

За базовый расчетный элемент был принят объемный восьмиугольник произвольной формы (рис. 1), достаточно точно аппроксимирующий

исследуемую область, состоящую, в том числе, из таких конструктивных элементов, как цементационная завеса, стена в грунте и т.п. Согласно рекомендациям [7] для восьмиугольных элементов была введена локальная система координат с осями ξ , η и ζ , в которой координаты узлов элементов вдоль каждой из осей изменялись от -1 до +1.

Фильтрационный расход и его величина имеют важное значение в исследованиях и расчетном обосновании грунтовых плотин. Значение фильтрационного расхода определяется по поверхности, близкой по своему положению к эквипотенциали и проходящей от кривой депрессии, то есть верхней границы потока, до водонепроницаемого основания — нижней границы фильтрационного потока. По рекомендации [4], в качестве такой поверхности принималась поверхность, проходящая по центрам тяжести элементов одного слоя вдоль оси грунтовой плотины. При этом общий фильтрационный расход принимался равным сумме фильтрационных расходов в каждом элементе указанной поверхности.

Расчетная зависимость для определения расхода в і-м элементе сетки была записана следующим образом [10]:

$$Q_{i} = V_{i}W_{i} / (\cos\alpha \cos\beta), \qquad (2)$$

где $V_i = \sqrt{(V_x)_i^2 + (V_y)_i^2 + (V_z)_i^2}$ — результирующая скорости фильтрации в центре рассматриваемого элемента; $(V_x)_i$, $(V_y)_i$, $(V_y)_i$, — составляющие скорости потока в центре того же элемента; W_i — площадь поперечного сечения элемента, соответствующая пересечению вертикальной плоскости, проходящей через центр элемента, с гранями рассматриваемого элемента; $\cos\alpha = (V_{z^i}/(V_{yz})_i$ — косинус угла между проекцией результирующей скорости V_i и плоскостью XOZ; $\cos\beta = (V_{yy})_i/V_i$ — косинус угла между результирующей скоростью V_i и плоскостью XOZ.

Результаты и их обсуждение. Решение фильтрационной задачи для исследуемой области грунтовой плотины выполнено в плоской постановке.

На первом этапе была выполнена проверка влияния боковых призм из гравийно-галечникового грунта на фильтрационный процесс в теле грунтовой плотины. Для определения степени влияния боковых призм грунтовой плотины на картину фильтрации была решена следующая фильтрационная задача в плоской постановке.

Рассматривалось русловое сечение грунтовой плотины, имеющее высоту 67,0 м [4, 8, 11]. Моделировалась вся конструкция грунтовой плотины включая центральное ядро из суглинка с коэффициентом фильтрации $K_{\phi} = 0,01$ м/сут., переходные зоны с коэффициентом фильтрации

 ${\rm K}_{\rm \Phi}=1~{\rm m/cyr}.$ и боковые призмы с коэффициентом фильтрации гравийно-галечникового грунта, равным ${\rm K}_{\rm b}^{\rm np}=90~{\rm m/cyr}.$ Грунты основания в рассмотренных сечениях характеризуются коэффициентами фильтрации от 90 м/сут. на поверхности до $3\div 5~{\rm m/cyr}.$ на глубине более 12 м. На достаточном заглублении от поверхности эта величина снижается до $0.3~{\rm m/cyr}.$

В качестве противофильтрационных элементов в основании плотины были рассмотрены: пятирядная инъекционная завеса под ядром на глубину ~ 12 м и двухрядная цементационная завеса глубиной ~ 110 м. В качестве расчетного уровня в верхнем бъефе была принята отметка ФПУ 270,0 м, в нижнем бъефе – отметка 215,7 м.

На рисунке 2 показаны разбивка расчетной области на конечные элементы и ее зонирование по коэффициентам фильтрации.

Результаты решения нестационарной фильтрационной задачи для конструкции грунтовой плотины с ядром из суглинка и боковыми призмами представлены на рисунке 3 картиной распределения эквипотенциалей в расчетной области. Депрессионная кривая в низовой призме практически горизонтальна. Перепад между точкой на выходе из ядра и точкой на выходе из боковой призмы составляет при напоре 54,3 м, примерно 0,8 м на участке длиной около 110 м, то есть уклон депрессионной кривой равен ~0,007.

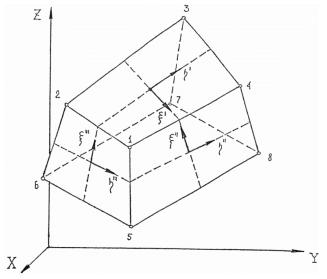


Рис. 1. **Форма** элемента в глобальных координатах и ориентация в нем локальных координат

Fig. 1. The shape of the element in global coordinates and the orientation of local coordinates in it

Таким образом, наличие боковой призмы из гравийно-галечникового грунта незначительно сказывается на процессе фильтрации, что вызвано достаточно большим коэффициентом фильтрации данного материала. Во всех дальнейших расчетах область фильтрации включала в себя ядро из суглинка и основание. Призмы из гравийно-галечникового грунта не рассматривались.

Далее был рассмотрен вариант грунтовой плотины с ядром из суглинка и противофильтрационными устройствами в основании. Фильтрационная задача решалась в плоской постановке с выбором трех характерных сечений в теле грунтовой плотины и основания (рис. 4) и для нескольких вариантов конструкций противофильтрационного устройства (ПФУ).

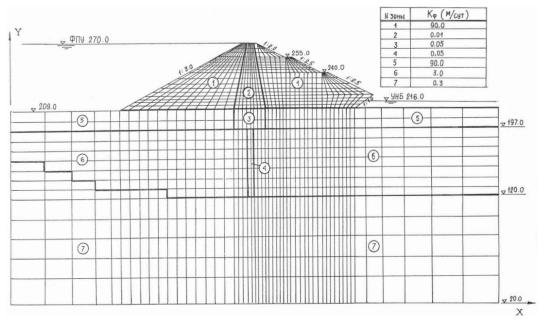


Рис. 2. **Разбивка на конечные элементы плотины с ядром и боковыми призмами** из гравийно-галечникового грунта

Fig. 2. Breakdown into finite elements of the dam with a core and lateral prisms made of gravel and pebble soil

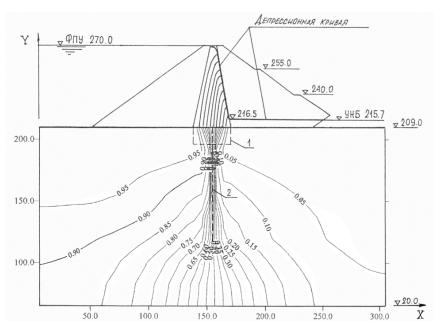


Рис. 3. Результаты решения для плотины с ядром из суглинка и боковыми призмами из гравийно-галечникового грунта:

1 — граница пятирядной инъекционной завесы; 2 — граница двухрядной инъекционной завесы Fig. 3. Results of the solution for a dam with a loam core and side prisms made of gravel-pebble soil (1 – the border of a five-row injection curtain; 2 – the border of a two-row injection curtain)

Hydraulic engineering construction

В качестве расчетного выбрано сечение 1-1 в левобережном примыкании грунтовой плотины, где высота водоподпорного сооружения составляет ~47,0 м. В данном сечении грунты, слагающие основание сооружения, имеют коэффициент фильтрации в верхних слоях в пределах от 3 до 5 м/сут., на глубине — до 0,3 м/сут. В основании грунтовой плотины устроена двухрядная цементационная завеса с максимальной глубиной залегания ~90 м. Значения коэффициента фильтрации приняты равными 0,01 м/сут. для суглинистого ядра в теле плотины и 0,1 м/сут. — для цементационной завесы в основании сооружения. Сетка МКЭ с зонированием материалов сечения 1-1 представлена на рисунке 5.

В русловой части грунтовой плотины (с максимальной высотой, равной 67,0 м) в качестве расчетного было принято сечение 2-2. Поверхностный слой основания, сложенный гравийно-галечниковым грунтом, характеризовался коэффициентом фильтрации $K_{\phi} = 90 \text{ м/сут}$. На более низких отметках расположены грунты с коэффициентом фильтрации K_{ϕ} от 5 до 0,3 м/сут. Под ядром в основании водоподпорного сооружения устроены пятирядная инъекционная завеса с глубиной залегания \sim 12 м и двухрядная завеса на глубину \sim 100 м. Значения коэффициента фильтрации материалов, из которых были выполнены цементационные завесы, принимались равными 0,5 и 0,1 м/сут. соответственно.

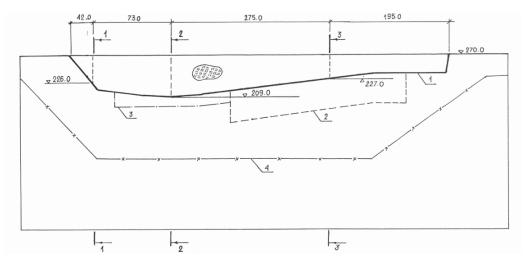


Рис. 4. Схема к фильтрационному расчету грунтовой плотины:

1 – подошва грунтовой плотины; 2 – граница «стены в грунте»; 3 – граница пятирядной инъекционной завесы; 4 – граница двухрядной инъекционной завесы

Fig. 4. Diagram for the filtration calculation of an earth dam

(1 – bottom of an earth dam; 2 – boundary of the "wall in the ground"; 3 – border of a five-row injection curtain; 4 – border of a two-row injection curtain)

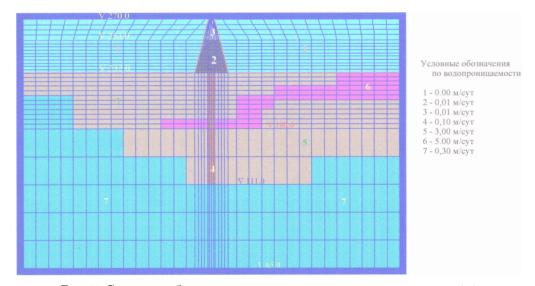


Рис. 5. Сетка разбивки на конечные элементы в сечении 1-1 с зонированием по водопроницаемости

Fig. 5. Finite element breakdown grid in section 1-1 with water permeability zoning

Сетка МКЭ расчетной области в сечении 2-2 представлена на рисунке 6.

На правобережном участке грунтовой плотины, где ее высота составляет $\sim\!46,0$ м, в качестве расчетного было принято сечение 3-3. В основании водоподпорного сооружения расположены грунты, характеризующиеся значениями коэффициента фильтрации, равными от 0,3 до 3,0 м/сут. На глубине около 50...60 м присутствует линза из гравийно-галечникового грунта с коэффициентом фильтрации $K_{\rm ф}=35$ м/сут. Под ядром водоподпорного сооружения устроена стена в грунте с глубиной подошвы $\sim\!50$ м, выполненная из материала со значением коэффициента

фильтрации $K_{\phi}=0.005~\text{m/cyt.}$, а также двухрядная цементационная завеса с отметкой подошвы ~160,0 м, выполненная из материала со значением коэффициента фильтрации $K_{\phi}=0.1~\text{m/cyt.}$ Сетка МКЭ данного сечения показана на рисунке 7.

Численные решения двумерной фильтрационной задачи для рассмотренных расчетных сечений и вариантов наполнения водохранилища до отметок воды в верхнем бьефе, равных ФПУ и НПУ, изображены полями эквипотенциалей фильтрационной сетки на рисунках 8-12.

Расчетные значения удельных фильтрационных расходов приведены в таблице.

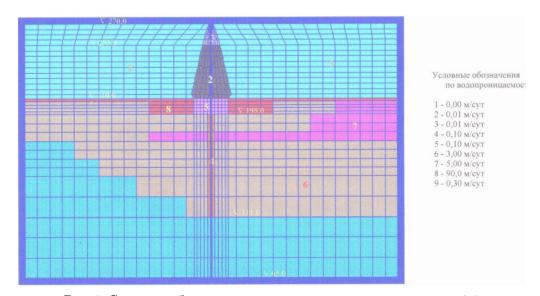


Рис. 6. Сетка разбивки на конечные элементы в сечении 2-2 с зонированием по водопроницаемости

Fig. 6. Finite element breakdown grid in section 2-2 with water permeability zoning

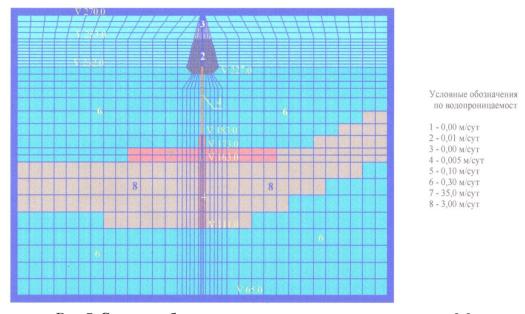


Рис. 7. Сетка разбивки на конечные элементы в сечении 3-3 с зонированием по водопроницаемости

Таблица 1. Удельные фильтрационные расходы в расчетных сечениях грунтовой плотины, м³/с

Table 1. Specific filtration flow rates in the calculated sections of the earth dam, m³/s

Расчётное сечение	Расчётный случай (отметка верхнего бьефа) / The calculated case (the upstream mark)	
Calculated section	∇ΦΠУ / ∇ FRL	∇ H Π \mathbf{y} / ∇ NRL
Cечение 1 / Section 1	$2,5510^{-3}$	1,810 ⁻³
Cечение 2 / Section 2	$0,5110^{-3}$	0.3510^{-3}
Сечение 3 / Section 3	$1,4610^{-3}$	1,110 ⁻³

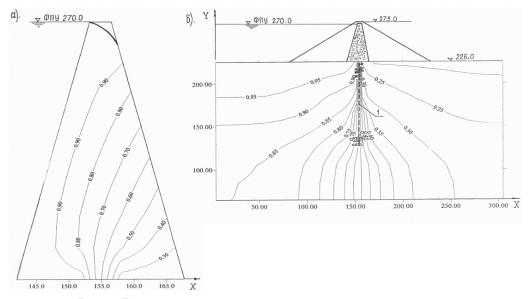


Рис. 8. Распределение эквипотенциалей в сечении 1-1 для плотины с ПФУ в основании и ∇ УВБ = ∇ ФПУ (плоская задача):

а) в ядре грунтовой плотины; б) в основании под плотиной; 1 – ось цементационной завесы

Fig. 8. Distribution of equipotentials in section 1-1 for a dam with AFD at the base and ∇ UBL = ∇ FRL (plane problem) in the core of the earth dam; b) at the base under the dam; 1 - axis of the cementation curtain

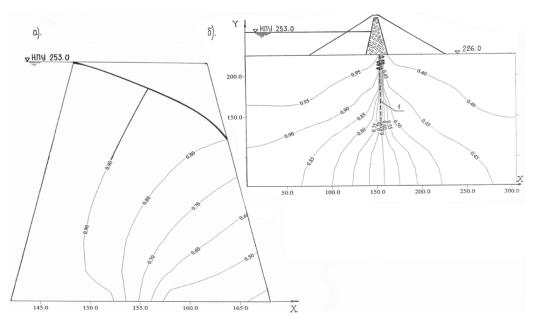


Рис. 9. Распределение эквипотенциалей в сечении 1-1 для плотины с ПФУ в основании и ∇ УВБ = ∇ НПУ (плоская задача):

а) в ядре грунтовой плотины; б) в основании под плотиной; 1 – двухрядная цементационная завеса

Fig. 9. Distribution of equipotentials in section 1-1 for a dam with AFD at the base and ∇ UBL = ∇ of the NRL (plane problem)

a) in the core of the earth dam; b) at the base under the dam; 1 – double-row cementation curtain

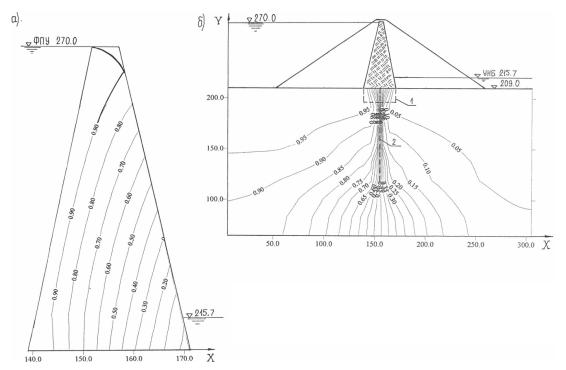


Рис. 10. Распределение эквипотенциалей в сечении 2-2 для плотины с ПФУ в основании и ∇ УВБ = ∇ ФПУ (плоская задача):

а) в ядре грунтовой плотины; б) в основании под плотиной;

1 – пятирядная цементационная завеса; 2 – двухрядная цементационная завеса

Fig. 10. Distribution of equipotentials in section 2-2 for a dam with AFD at the base and ∇ UBL = ∇ of the FRL (plane problem)

a) in the core of the earth dam; b) at the base under the dam;

1 – five-row cementation curtain; 2 – two-row cementation curtain

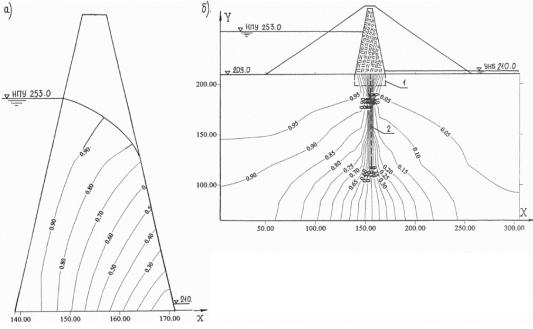


Рис. 11. Распределение эквипотенциалей в сечении 2-2 для плотины с $\Pi \Phi Y$ в основании и $\nabla Y B B = \nabla H \Pi Y$ (плоская задача):

а) в ядре грунтовой плотины; б) в основании под плотиной;

1 – пятирядная цементационная завеса; 2 – двухрядная цементационная завеса

Fig.11. Distribution of equipotentials in section 2-2

for a dam with AFD at the base and ∇ UBL = ∇ of the NRL (plane problem):

a) in the core of the earth dam; b) at the base under the dam;

1 – five-row cementation curtain; 2 – double-row cementation curtain

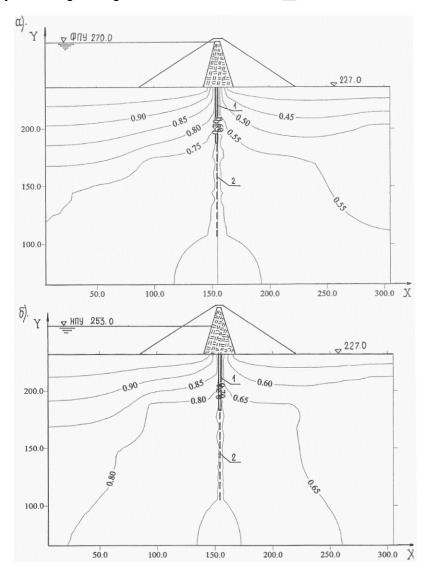


Рис. 12. Распределение эквипотенциалей в сечении 3-3 для плотины с $\Pi \Phi Y$ в основании: а) ∇ $YBB = \nabla$ $\Phi \Pi Y$; б) ∇ $YBB = \nabla$ $H\Pi Y$

1 – стена в грунте; 2 – двухрядная цементационная завеса

Fig. 12. Distribution of equipotentials in section 3-3 for a dam with AFD at the base: a) ∇ UBL = ∇ FRL, b) ∇ UBL = ∇ NRL;

1 – wall in the soil; 2 – double-row cementation curtain

Выводы

Выполненные расчетные фильтрационные исследования показали, что падение депрессионной кривой в суглинистом ядре грунтовой плотины Юмагузинского гидроузла составляет $\sim 5.0 \div 6.0$ м при уровне верхнего бъефа на ∇ ФПУ и $\sim 9.0 \div 10.0$ м при уровне верхнего бъефа на ∇ НПУ.

Оценочные значения фильтрационных расходов, полученные умножением величин удельных расходов на осредненные длины участков грунтовой плотины, составляют ~0,6 м³/с

для случая с отметкой $\Phi\Pi V$ и ~ 0.4 м $^3/c$ для случая с отметкой $H\Pi V$.

Фильтрационный расход через ядро в теле плотины на несколько порядков ниже фильтрационного расхода, проходящего через основание сооружения. Величина суммарного фильтрационного расхода является незначительной.

Рассмотренные в исследованиях конструкции противофильтрационных устройств как в теле грунтовой плотины, так и в основании сооружения продемонстрировали их удовлетворительную работу.

Список использованных источников

- 1. Технико-экономическое обоснование строительства Юмагузинского водохранилища на реке Белой в Республике Башкортостан. Разд. II. Общая схема технических мероприятий. Кн. 1. Гидроузел комплексного назначения. Ростов-на-Дону, 1999.
- 2. Буренков П.М. Напряженно-деформированное состояние Юмагузинской плотины в пространственной постановке // Гидротехника. 2024. № 2. С. 15-22.
- 3. Буренков П.М. Напряженно-деформированное состояние плотины Юмагузинского гидроузла // Строительство: наука и образование. 2023. № 13 (2). С. 51-73.
- 4. То Ван Тхань. Влияние водопроницаемости грунтов тела и основания плотины на параметры фильтрационного потока (плоская и пространственная задачи): Дис. ... канд. техн. наук. М.: Московский государственный строительный университет, 2004. 199 с.: ил.
- 5. Махсы Мемарианфарда. Анизотропная фильтрация в плотинах и основаниях: Дис. ... канд. техн. наук. М.: Московский государственный строительный университет, 2010. 159 с.: ил.
- 6. Анискин Н.А., Сергеев С.А. Численные решения задач неустановившейся фильтрации в гидротехнике // Вестник МГСУ. 2022. Т. 17. Вып. 11. С. 1478-1487.
- 7. Зенкевич О.С. Метод конечных элементов в технике. М.: Мир, 1975. 541 с.
- 8. Гидротехнические сооружения: Учебник / Под ред. Л.Н. Рассказова. Ч. 1, 2. М.: АСВ, 2011. 581 с.
- 9. Анискин Н.А. Фильтрационно-температурный режим системы «плотина-основание»: Дис. . . . д-ра техн. наук. М.: Московский государственный строительный университет, 2009. 416 с.: ил.
- 10. Гольдин А.Л., Рассказов Л.Н. Проектирование грунтовых плотин: Учебное пособие. М.: Энергоатомиздат, 1987. 304 с.
- 11. Отчет по НИР «Исследование сооружений Иштугановского гидроузла на реке Белой». Разд. I «Исследование прочности и устойчивости грунтовой плотины и рекомендации по размещению КИА (окончательный)». МИСИ, 1983.

Об авторе

Павел Михайлович Буренков, старший преподаватель, РИНЦ Author ID675934; ID Scopus: 57190806217; ORCID: $0000\text{-}0002\text{-}3452\text{-}8909; burenkovpm@gmail.com}$

Критерии авторства / Authorship criteria

Буренков П.М. выполнил теоретические исследования, на основании которых провел обобщение и написал рукопись, имеет на статью авторское право и несет ответственность за плагиат.

Поступила в редакцию / Received at the editorial office 14.02.2025

Поступила после рецензирования / Received after peer review 15.03.2025

Принята к публикации / Accepted for publication 15.03.2025

References

- 1. Feasibility study of the construction of the Yumaguzinsky reservoir on the Belaya River in the Republic of Bashkortostan. Section II. The general scheme of technical measures. Book 1. Complex purpose hydroelectric power plant, Rostov-on-Don, 1999.
- 2. Burenkov P.M. Stress-strain state of the Yumaguzinskaya dam in spatial formulation // Hydraulic Engineering. 2024. No. 2. P. 15-22.
- 3. Burenkov P.M. The stress-strain state of the dam of the Yumaguzinsky hydroelectric complex // Construction: science and education. 2023. 13(2). P. 51-73.
- 4. To Van Thanh. The influence of water permeability of the soil of the body and base of the dam on the parameters of the filtration flow (planar and spatial tasks): dissertation ... Candidate of Technical Sciences: 05.23.07. Moscow: Moscow State University. builds. Univ., FFF122004. 199 p.
- 5. Mahry Memarianfard. Anisotropic filtration in dams and foundations: dissertation for the degree of Candidate of Technical Sciences in specialty 05.23.07. Moscow: Moscow State University. Univ., 2010. 159 p.: ill.
- 6. Aniskin N.A. Numerical solutions to problems of unsteady filtration in hydraulic engineering / N.A. Aniskin, S.A. Sergeev // Bulletin of MGSU. 2022. Vol. 17. Issue 11. pp. 1478-1487.
- 7. Zenkevich O.S. Finite element method in engineering. Moscow: Mir, 1975. 541 s.
- 8. Hydraulic engineering structures. Textbook. Edited by L.N. Rasskazov, parts 1 and 2. Moscow: DIA, 2011. 581 p.
- 9. Aniskin Nikolai Alekseevich. Filtration and temperature regime of the "dam-base" system: dissertation... Doctor of Technical Sciences: 05.23.07. Moscow: Moscow State University. builds. Univ., 2009. 416 p.
- 10. Goldin A.L., Rasskazov L.N. Designing of ground dams. Textbook. Moscow: Energoatomizdat, 1987. 304 p.
- 11. Research report "Investigation of the structures of the Ishtuganovsky hydroelectric complex on the Belaya River". Section I. "Investigation of the strength and stability of an underground dam and recommendations for the placement of KIA (final), MISI, 1983.

About the author

Pavel M. Burenkov, Senior Lecturer, RSCI Au-ID675934; ID Scopus: 57190806217; ORCID: 0000-0002-3452-8909; burenkovpm@gmail.com

Burenkov P.M. performed theoretical research, on the basis of which he generalized and wrote a manuscript. Burenkov P.M. has a copyright for the article and is responsible for plagiarism.